

Un protocole de concessions monotones pour la formation distribuée de coalitions

J. Guéron^a

josselin.gueneron@unicaen.fr

G. Bonnet^a

gregory.bonnet@unicaen.fr

^aNormandie Univ, UNICAEN, ENSICAEN, CNRS, GREYC, 14000, France

Résumé

Nous étudions une adaptation au cadre de la formation de coalitions d'un protocole de négociation multilatérale initialement proposé par Ulle Endriss. Ce protocole utilise un mécanisme de concession monotone et nous proposons de nouvelles stratégies de concession prenant en compte la notion de coalition. Nous étudions par la suite comment différents critères influencent les performances du protocole, y compris en termes de types de concession décrivant les concessions acceptables pour les autres agents. Nous montrons expérimentalement que deux de nos stratégies sont efficaces lorsqu'elles sont associées à trois des sept types de concession.

Mots-clés : Formation distribuée de coalitions, Théorie des jeux, Négociation

Abstract

We study an adaptation, in the context of coalition formation, of a multilateral negotiation protocol originally proposed by Ulle Endriss. This protocol uses a monotonic concession mechanism and we propose new concession strategies that take into account the notion of coalition. We then study how different criteria influence the performance of the protocol (e.g. the concession types which describe the acceptable concessions for the other agents). We show experimentally that two of our strategies are efficient when they are associated with three of the seven types of concession.

Keywords: Distributed Coalition Formation, Game Theory, Negotiation

1 Introduction

Dans un système multi-agent (SMA), les agents individuels ne sont pas toujours capables de réaliser certaines tâches seuls. Lorsque le système est composé d'agents égoïstes et rationnels, une des réponses à ce problème est la formation de coalitions. Ici, les agents forment des groupes, appelés coalitions, afin de réaliser conjointement

les tâches qui ne peuvent pas être traitées individuellement. La formation de coalitions est un processus en trois étapes : la recherche d'une structure de coalitions – c'est-à-dire d'un ensemble de coalitions acceptables (stable) pour tous les agents –, la formation de ces coalitions, et la répartition des gains entre les agents [9]. Toutefois, résoudre un problème de formation de coalitions de manière centralisé n'est pas viable pour certaines applications, telles que les chaînes logistiques ou les réseaux électriques intelligents. En effet, rechercher une structure de coalitions optimale, c'est-à-dire qui maximise le bien-être social et qui est stable, dans un cadre centralisé implique d'explorer le treillis des structures, dont la taille croît exponentiellement. Former des coalitions de manière distribuée, voire décentralisée, devient alors intéressant, même si cela implique des redondances ou des coûts de communication et de coordination. Beaucoup de travaux sur la formation distribuée de coalitions ont été proposés dans la littérature, mais ils sont souvent spécifiques au contexte comme par exemple dans [15], ou comprennent des contraintes fortes [3]. Par exemple, certains travaux fixent une taille de coalition maximale [13], ou proposent des algorithmes pour des jeux spécifiques (par exemple ayant des propriétés particulières pour leur fonction caractéristique) [6]. D'autres travaux encore proposent des algorithmes distribués mais dont certaines parties sont toujours centralisées en raison de la présence d'un commissaire-priseur [14]. Une question qui se pose alors naturellement est celle de la formation distribuée de coalitions, sans contexte spécifique ni contraintes sur le modèle.

Nous proposons dans cet article un protocole distribué fondé sur des concessions monotones. Il s'agit d'une adaptation pour la formation de coalitions d'un protocole de concessions monotones proposé par Ulle Endriss [5] dans le contexte de négociations multilatérales. Dans ce protocole, les agents font des propositions et ensuite, selon une stratégie de concession qui caractérise quel agent doit concéder, les agents peuvent concéder et faire une autre proposition.

Cette dernière suit également une autre stratégie qui caractérise quelles propositions seront acceptables pour les autres agents. Le point clé de notre contribution réside dans le fait que le protocole originel ne considère des négociations qu'entre les agents individuels, alors que dans la formation de coalitions nous devons prendre en compte des groupes d'agents, c'est-à-dire les coalitions. Nous adaptons en particulier les stratégies de concession en fonction non seulement des gains individuels mais aussi du gain des coalitions. Nous analysons ensuite expérimentalement notre protocole, en termes de partitions explorées, de prix de la stabilité et d'optimalité.

Cet article est structuré comme suit. Dans la section 2, nous présentons les jeux de coalitions et les travaux relatifs à la formation distribuée de coalitions. Dans la section 3, nous faisons le lien entre négociation et formation de coalitions, puis nous décrivons notre protocole. Enfin, la section 4 est consacrée aux résultats expérimentaux.

2 Formation de coalitions

2.1 Approche classique

Quand les agents coopèrent, ils forment une *coalition*. Celle-ci produit un certain montant d'*utilité*. Une partition des agents en coalitions est appelée une *structure de coalitions*.

Definition 1 (Jeu de coalitions) *Un jeu de coalitions est un tuple $\mathcal{G} = \langle N, v \rangle$ où $N = \{a_1, \dots, a_n\}$ est un ensemble d'agents, et $v : 2^N \rightarrow \mathbb{R}$ est la fonction caractéristique qui indique l'utilité $v(C)$ de chaque coalition $C \subseteq N$.*

Une *solution* à un jeu de coalitions à utilité transférable est définie comme suit.

Definition 2 (Solution) *Une solution à un jeu de coalitions $\mathcal{G}$ est un tuple $S_{\mathcal{G}} = \langle CS, \vec{x} \rangle$ où CS est une structure de coalitions de N , $\vec{x} = \{x_1, \dots, x_n\}$ est un vecteur de gains pour les agents où $x_i \geq 0$ est le gain de l'agent a_i .*

Les agents étant supposés égoïstes, quand une solution est proposée, tous les agents doivent l'accepter, c'est-à-dire qu'ils ne doivent pas vouloir former ou rejoindre une autre coalition où ils gagneraient plus. Une solution acceptable par tous les agents est dite *stable*. Différents critères de stabilité peuvent être définis et l'ensemble des

solutions à un jeu respectant un de ces critères est appelé un *concept de solution*.

Intéressons-nous au concept du *cœur* et sa généralisation, l' *ϵ -cœur* [7, 12]. Le cœur est l'ensemble des solutions $\langle CS, \vec{x} \rangle$ pour lesquels il n'existe aucune autre coalition qui pourrait être formée et qui produirait une utilité supérieure à la somme des gains de ses agents dans $\vec{x}$. Si le cœur peut être vide, il existe une variante non vide, appelée *ϵ -cœur*.

Definition 3 (ϵ -cœur) *Une solution $(CS, \vec{x})$ appartient à l' ϵ -cœur si et seulement si :*

$$\forall C \subseteq N, x(C) \geq v(C) - \epsilon \text{ avec } x(C) = \sum_{i \in C} x_i$$

Cette variante permet aux agents de réduire leur gain de la valeur ϵ , dans le but de rendre une solution stable. Ainsi, nous utilisons dans cet article uniquement l' ϵ -cœur, car toute solution à un jeu est comprise dans un ϵ -cœur dès lors que l'on a un ϵ suffisamment grand, étant donné que ϵ représente la pire perte en termes de gain parmi les agents afin d'assurer la stabilité. Plus précisément, nous nous intéressons à l' ϵ -cœur ayant le plus petit ϵ pour lequel une solution existe, appelé le *dernier cœur* [4].

Trouver de manière exacte une solution qui appartient à un concept de solution est un problème d'optimisation complexe. Classiquement, une solution approchée est acceptable. Le calcul se fait en deux étapes : (1) trouver une structure de coalitions qui maximise le bien-être social et qui est dite *optimale* ; (2) partager les gains entre agents selon une règle de répartition qui fait sens. L'approche classique pour trouver la structure de coalitions optimale, par exemple incarnée par l'algorithme de Rahwan et Jennings [8], consiste à débiter l'exploration par la *grande coalition* (qui contient tous les agents) puis la décomposer et évaluer si cette décomposition est bénéfique pour le bien-être social. Si c'est le cas, le bien-être social est enregistré puis la décomposition continue. Si la décomposition n'était pas bénéfique, l'algorithme revient en arrière et essaye une autre décomposition. Toutefois, cette approche soulève deux problèmes : le premier est que cette façon de faire n'est pas adéquate pour beaucoup d'applications réelles, et la seconde est que dans le concept de cœur, la structure maximisant le bien-être social n'est pas nécessairement stable [4] (par exemple quand le cœur est vide trivialement).

2.2 Approche distribuée

Il existe beaucoup de travaux sur la formation distribuée de coalitions dans la littérature, mais ils sont souvent spécifiques au contexte ou imposent des contraintes fortes sur le jeu. Nous pouvons trouver des contraintes sur la fonction caractéristique, où la forme de celle-ci est connue [6, 14], ou des contraintes sur les solutions possibles, qui limitent par exemple arbitrairement la taille des coalitions [13] ou les restreignent au sein d'un graphe [3, 15]. Certains modèles incluent un commissaire-priseur qui orchestre le processus, ce qui est une forme de recentralisation [6, 13, 14].

Par exemple, Shehory et Kraus [13] forment des coalitions pour des problèmes d'affectation de tâches. Ici, les agents ne connaissent que leur propre utilité et communiquent avec les autres agents pour calculer une utilité espérée pour chaque coalition. Le processus est le suivant : les agents créent une liste restreinte de coalitions de taille maximale fixée qu'ils souhaitent former. Ils contactent les agents impliqués afin d'estimer leurs valeurs. Chaque agent calcule localement une valeur appelée *poids*, fondée sur l'utilité espérée, le coût de formation et la taille de chaque coalition. Ensuite, la coalition avec le poids le plus faible est formée. Le processus est répété jusqu'à ce que tous les agents rejoignent une coalition. Les solutions sont considérées comme stables tant que les coalitions formées peuvent réaliser leurs tâches, même si ce ne sont pas des solutions optimales.

3 Un protocole distribué

C'est dans un cadre différent qu'un protocole intéressant a été proposé par Ulle Endriss [5]. L'intérêt pour ce protocole réside dans le fait qu'il ne possède pas d'entité centrale, est distribué, et n'émet pas d'hypothèse sur la structure du système.

3.1 Protocole de négociation monotone

Nous fondons donc notre protocole sur celui de Ulle Endriss [5]. En effet, un parallèle peut être fait entre l'*accord* dans le protocole de négociation et la stabilité dans la formation de coalitions. Chacun de ces termes caractérise le moment où les agents sont tous d'accord. Ainsi, les concessions représentent des agents qui acceptent un gain plus faible afin d'atteindre la stabilité, comme le concept de l' ϵ -cœur qui autorise

d'abandonner une part de gains pour éviter les déviations. Dans ce travail, les agents doivent se mettre d'accord sur une proposition commune et négocient en suivant un protocole de concessions monotones. Au premier tour, chaque agent fait une proposition initiale, en proposant celle qui lui rapporte le gain le plus élevé. À chaque tour suivant, les agents font des propositions simultanées, ensuite les agents peuvent maintenir leur proposition ou concéder, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'un accord commun ou un conflit (aucun agent ne peut concéder) émerge. Les propositions sont définies comme suit.

Definition 4 (Proposition) Une proposition $p_{a_i} = \{x_1, \dots, x_n\}$ de l'agent a_i est un vecteur de gain où $x_{a_j}(p_{a_i}) \geq 0$ est le gain de a_j .

Ensuite, la deuxième étape implique deux concepts importants : la *stratégie de concession* et le *type de concession*. La première décrit comment les agents décident qui doit concéder, et la seconde décrit comment les concessions (i.e. les nouvelles propositions) doivent être faites. Une des stratégies est *Willingness to Risk Conflict* (WRC). Cette stratégie décrit comment un agent juge le risque s'il concède, comparé à ce que les autres agents lui offrent. Autrement dit, l'agent qui concède est celui qui perd le moins de gain entre sa propre proposition et celles des autres.

Definition 5 (Willingness to Risk Conflict)

L'agent qui concède est l'agent a_i pour qui la valeur Z_{a_i} est la plus petite, où :

$$Z_{a_i} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{a_i}(p_{a_i}) = 0 \\ \frac{x_{a_i}(p_{a_i}) - \min_{j \in N} x_{a_j}(p_{a_i})}{x_{a_i}(p_{a_i})} & \text{sinon} \end{cases}$$

Les types de concession décrivent les différentes façons que les agents ont de concéder afin que leur nouvelle proposition soit acceptable pour les autres agents. Ces types sont fondés sur la différence entre le vecteur de gain de l'ancienne et celui de la nouvelle proposition. Les différents types sont les suivants :

Fort : le gain de tous les autres agents croît,

Faible : le gain d'un autre agent croît,

Pareto : le gain des agents reste au moins égal, et croît pour au moins un,

Égalitaire : le gain minimal des autres croît,

Utilitaire : la somme des gains des autres croît,

Nash : le produit des gains des autres croît,

Égocentrique : le gain du concédant décroît.

3.2 Propositions et gains

Désormais, une proposition est une solution : une structure de coalitions et un vecteur de gain.

Definition 6 (Proposition) *Étant donné un jeu $\mathcal{G}$, une proposition de l'agent a_i , notée p_i , est une solution $S_G = \langle \mathcal{CS}, \vec{x} \rangle$ où $\vec{x}$ est un vecteur de gains $\langle x_{a_j^i} \rangle$ où C_j^i est la coalition de l'agent a_j dans la proposition p_i .*

Pour évaluer une proposition, nous devons définir comment les agents distribuent l'utilité produite par les coalitions. Nous supposons que les agents souhaitent négocier sur le gain qu'ils reçoivent à la formation des coalitions. Notons que cet article s'intéresse au protocole distribué et non à la recherche de la meilleure distribution possible. Ainsi, nous considérons une règle de distribution des gains rationnelle et égalitariste.

Cette règle est rationnelle car les coalitions proposées génèrent assez d'utilité pour payer à chaque agent l'utilité produite par sa coalition singleton. Le reste est appelé le *surplus*.

Definition 7 (Surplus) *Le surplus S_C d'une coalition C est :*

$$S_C = v(C) - \sum_{a \in C} v(a)$$

Par définition, les coalitions singleton ont un surplus de 0. La règle est égalitaire car le surplus est distribué égalitairement entre les agents.

Definition 8 (Part de surplus) *La part de surplus $S_C^{a_i}$ d'un agent a_i dans sa coalition C , est le surplus de C divisé par son nombre d'agents :*

$$S_C^{a_i} = \frac{S_C}{|C|}$$

Definition 9 (Règle de distribution) *Le gain de l'agent a_i appartenant à la coalition C avec un surplus $S_C > 0$ est défini comme :*

$$x_{a_i}^C = v(\{a_i\}) + S_C^{a_i}$$

3.3 Stratégies et types de concession

À chaque pas de temps, les agents font des propositions, et suivant une stratégie de concession, un ou plusieurs agents doivent abandonner leurs propositions et en faire de nouvelles.

Pour ceci, nous utilisons et adaptons la stratégie WRC présente dans les travaux d'Endriss. Nous proposons trois adaptations que nous présentons ci-après : une stratégie est fondée sur les gains individuels des agents, une sur l'utilité des coalitions, et une dernière basée sur le surplus des coalitions. Nous les appelons respectivement *WRC-classic*, *WRC-coalitions* et *WRC-surplus*.

Definition 10 (WRC-Classic) *L'agent qui concède est l'agent a_i pour qui la valeur Z_{a_i} est la plus petite, où :*

$$Z_{a_i} = \frac{x_i(p_i) - \min_{\forall j \in N} x_i(p_j)}{x_i(p_i)}$$

où $x_i(p_j)$ est le gain de l'agent a_i dans la proposition p_j .

Definition 11 (WRC-Coalitions) *L'agent qui concède est l'agent a_i pour qui la valeur Z_{a_i} est la plus petite, où :*

$$Z_{a_i} = \frac{x_{C_i}(p_i) - \min_{\forall j \in N} x_{C_i}(p_j)}{x_{C_i}(p_i)}$$

où $x_{C_i}(p_j)$ est la somme des gains de tous les agents dans la coalition C_i dans la proposition p_j , où C_i est la coalition dans laquelle l'agent a_i est dans sa propre proposition :

$$x_{C_i}(p_j) = \sum_{k \in C_i} x_k(p_j)$$

Definition 12 (WRC-Surplus) *L'agent qui concède est l'agent a_i pour qui la valeur Z_{a_i} est la plus petite, où :*

$$Z_{a_i} = \frac{S_{C_i}(p_i) - \min_{\forall j \in N} S_{C_i}(p_j)}{S_{C_i}(p_i)}$$

où $S_{C_i}(p_j)$ est la somme des parts de surplus de tous les agents dans la coalition C_i dans la proposition p_j , où C_i est la coalition dans laquelle l'agent a_i est dans sa propre proposition :

$$S_{C_i}(p_j) = \sum_{k \in C_i} S_{C_k}^k$$

où C_k^j est la coalition de l'agent a_k dans la proposition p_j .

Dans toutes ces stratégies, la condition où $Z_{a_i} = 1$ (l'agent ne peut plus concéder) si l'agent a_i ne gagne rien dans sa propre proposition est modifiée pour que $Z_{a_i} = 1$ si l'agent a_i se propose lui-même dans sa coalition singleton ou dans toute coalition dont le surplus est nul. Une telle règle représente l'absence de coopération car aucun agent n'acceptera d'être irrationnel.

Enfin, quand un agent concède, il doit faire une nouvelle proposition selon un certain type. Nous n'avons pas besoin d'adapter ces types à la formation car ils s'appliquent parfaitement aux vecteurs de gains, sans nécessité de changement.

3.4 Étapes du protocole

Maintenant que les éléments du protocole sont définis et adaptés, nous pouvons détailler les étapes du protocole.

1. Chaque agent calcule le surplus des coalitions dont il peut faire partie,
2. Chaque agent crée une liste noire privée de coalitions et structures de coalitions,
3. Au premier tour, chaque agent fait une proposition initiale en choisissant sa coalition, notée C^* , parmi celles qui maximisent sa part de surplus, puis en choisissant la structure de coalitions qui maximise le bien-être social, notée CS^* , et qui inclut la coalition choisie C^* ,
4. À chaque tour suivant, chaque agent garde sa proposition ou concède, selon sa stratégie de concession,
5. Si un agent concède, la structure de coalitions précédente CS^* est ajoutée à la liste noire, et l'agent essaye de construire une nouvelle proposition satisfaisant son type de concession avec une autre structure de coalitions $CS^{*'}$ qui inclut également sa coalition choisie C^* . Si une structure $CS^{*'}$ ne satisfait pas un type de concession, elle est ajoutée à la liste noire. S'il n'y a plus de structure de coalitions possible avec la coalition C^* , cette dernière est ajoutée à la liste noire, et l'agent choisit une autre coalition, $C^{*'}$, qui maximise sa part de surplus. Un agent qui propose une coalition $C^{*'}$ dont le surplus est égal à 0 se retire du processus car il ne pourra pas gagner quoique ce soit.
6. Répéter à partir de l'étape (4) jusqu'à ce qu'un accord soit atteint ou qu'aucun

agent ne reste dans le processus, c'est-à-dire qu'aucun agent ne puisse faire une proposition où il gagnerait quelque chose (nous appellerons ce cas un *conflit*).

Si aucun agent ne peut faire une nouvelle proposition, le processus s'arrête et le protocole retourne la structure de coalitions singleton. C'est donc un protocole distribué car les agents exécutent certaines étapes localement (construction des propositions, gestion de leurs listes noires privées, calcul des concédants) tout en ayant une connaissance globale des propositions qui ont été faites et donc de celles qu'il reste à faire.

3.5 Propriétés

Le protocole originel se positionne au regard de certaines propriétés.

Terminaison : le protocole de négociation termine toujours,

Absence de blocage : si aucun agent ne peut effectuer une action, alors le protocole est dans un état terminal,

Vérifiabilité : il est possible de vérifier que tous les agents respectent les règles du protocole,

Confidentialité : les agents peuvent garder des informations privées,

Compositionnalité : la composition de deux propositions consécutives suivant le même type de concession est également une proposition simple du même type.

Notre protocole respecte les trois premières propriétés. Étant donné que le nombre de structures de coalitions et le nombre d'agents sont finis, et que les agents ne peuvent pas faire deux fois la même proposition grâce à la liste noire, la propriété de *terminaison* est respectée pour tout type de concession. Et ce même pour les concessions *faibles*, qui ne respectent pas la propriété dans le protocole originel en raison de boucles possibles sur les mêmes propositions.

La propriété d'*absence de blocage* est respectée car, à chaque pas de temps, au moins un agent doit concéder et, si un agent ne peut plus faire de proposition, celui-ci quitte le jeu. Si aucun agent ne reste dans le jeu, nous nous retrouvons dans l'état terminal de conflit, c'est-à-dire la formation de la structure de coalitions singleton.

La propriété de *vérifiabilité* est respectée car la fonction caractéristique et la règle de distribution sont connues, tout comme les types et stratégies de concession. Chaque agent peut donc vérifier

les propositions des autres. Il peut également reconstituer leurs listes noires, ce qui a pour conséquence que la propriété de *confidentialité* n'est pas respectée.

Concernant la propriété de *compositionnalité*, celle-ci n'est pas respectée dans le cadre des concessions *faibles*. Prenons un exemple à trois agents a_1 , a_2 et a_3 . Supposons que a_1 fera deux concessions consécutives. Avant la première concession, a_2 est dans une coalition non-singleton. Lors de la première concession, a_2 est proposé dans sa coalition singleton (et donc baisse en gain) tandis que a_3 augmente en gain. Lors de la concession suivante, a_3 baisse en gain tandis que a_2 revient dans une autre coalition non-singleton (et donc récupère du gain). Cependant, rien n'empêche a_2 et a_3 d'avoir moins de gain dans la dernière proposition qu'avant les concessions, et donc que la *compositionnalité* n'est pas nécessairement respectée.

4 Expérimentations

Afin d'évaluer si notre protocole est efficace, et surtout pour comparer les différents types et stratégies de concession, nous procédons empiriquement. Nous générons des jeux aléatoires avec différentes fonctions caractéristiques et appliquons le protocole plusieurs fois sur chaque jeu, avec différents paramètres pour les agents. Ces paramètres sont le type et la stratégie de concession utilisés.

4.1 Protocole expérimental

Nous construisons 100 jeux différents avec des fonctions caractéristiques uniques, pour 8 agents¹. Il est fait l'hypothèse que les agents sont homogènes², c'est-à-dire qu'ils utilisent tous les mêmes stratégies et types de concession qui paramètrent le protocole. Le protocole sera exécuté sur chacun des jeux avec chaque couple de stratégie et type de concession possible.

Les fonctions caractéristiques sont tirées selon le modèle NDCS (*Normally Distributed Coalition Structures*) [10]. Ce modèle permet d'avoir des fonctions caractéristiques structurées, mais sans contraindre fortement le modèle comme avec

1. La limitation du nombre d'agents n'est pas liée à la complexité du protocole mais au calcul combinatoire de la solution optimale pour le jeu afin de comparer notre protocole à celle-ci.

2. Il est nécessaire que les agents aient la même stratégie de concession afin qu'ils soient tous d'accord sur qui concède, mais ce n'est pas le cas pour le type de concession. Cependant nous nous contentons de cette homogénéité pour cette première étude.

des structures monotones ou superadditives [4]. Ainsi, l'utilité $v(C)$ de chaque coalition $C \subseteq N$ est tirée selon une loi normale $\mathcal{N}(|C|, \sqrt{|C|})$. La fonction caractéristique est ensuite normalisée sur l'intervalle $[0, 1]$.

4.2 Mesures de performance

Afin d'évaluer notre modèle, nous définissons quatre mesures empiriques, respectivement fondées sur le dernier cœur, sur le meilleur ϵ -cœur atteignable par notre protocole, le bien-être social, et le nombre de Bell, c'est-à-dire le nombre de partitions possibles pour un nombre d'agents donné [2, 11]. Les deux premières mesurent la distance entre les solutions trouvées par le protocole par rapport au dernier cœur, ce dernier comprenant les meilleures solutions stables que l'on puisse trouver. Ces mesures nous permettent d'évaluer la perte de stabilité due à la négociation et à notre règle de distribution spécifique du surplus. La troisième est le *prix de la stabilité* [1, 9], qui mesure le gain que les agents doivent abandonner, par rapport au bien-être social maximal, afin de former une structure stable. La dernière mesure le nombre de structures de coalitions qui ont été explorées, c'est-à-dire le nombre de structures qui ont été sélectionnées à un moment dans le protocole, sans être nécessairement proposées. Afin d'avoir des données commensurables et comparables, chaque mesure est définie comme un ratio, avec des valeurs comprises sur l'intervalle $[0, 1]$.

La première mesure est le ratio entre la valeur ϵ de l' ϵ -cœur auquel appartient la solution trouvée par le protocole et la valeur ϵ du dernier cœur, c'est-à-dire le minimum atteignable. Ainsi, si le dernier cœur n'est pas un 0-cœur, les solutions du protocole ne seront pas désavantagées contrairement à une comparaison directe au 0-cœur.

Definition 13 (Ratio au dernier cœur) *Étant donné un jeu $\mathcal{G}$, soient $\epsilon^*(\mathcal{G})$ la valeur ϵ du dernier cœur, et $\epsilon^p(\mathcal{G})$ la valeur ϵ de l' ϵ -cœur auquel appartient la solution retournée par le protocole. Le ratio au dernier cœur, noté $R^*(\mathcal{G})$, est défini par :*

$$R^*(\mathcal{G}) = \frac{1 - \epsilon^p(\mathcal{G})}{1 - \epsilon^*(\mathcal{G})}$$

La seconde est le ratio entre la valeur ϵ de l' ϵ -cœur auquel appartient la solution trouvée par le protocole et la valeur ϵ du meilleur ϵ -cœur (c'est-à-dire ayant la valeur ϵ la plus faible) atteignable

par notre protocole s'il couvre toutes les partitions possibles, selon notre règle de distribution.

Definition 14 (Ratio à l'optimal-protocole)

Étant donné un jeu $\mathcal{G}$, soient $\epsilon^{p^*}(\mathcal{G})$ la valeur ϵ de l' ϵ -cœur optimal selon notre protocole et la règle de distribution, et $\epsilon^p(\mathcal{G})$ la valeur ϵ de l' ϵ -cœur auquel appartient la solution retournée par le protocole. Le ratio à l'optimal-protocole, noté $R^p(\mathcal{G})$, est défini par :

$$R^p(\mathcal{G}) = \frac{1 - \epsilon^p(\mathcal{G})}{1 - \epsilon^{p^*}(\mathcal{G})}$$

La troisième, définie par Anshelevich *et al.* [1], est le ratio entre le bien-être social de la solution trouvée par le protocole, qui est stable, et le bien-être social maximal pour le jeu.

Definition 15 (Prix de la stabilité) Étant donné un jeu $\mathcal{G}$, soient $\Pi(\mathcal{G})$ l'ensemble de toutes les structures de coalitions pour $\mathcal{G}$, et $S_G^p = \langle CS^p, \bar{x}^p \rangle$ une solution au jeu $\mathcal{G}$ retournée par le protocole. Le prix de la stabilité pour cette solution, noté $PS(S_G^p)$, est défini par :

$$PS(S_G^p) = \frac{\sum_{C \in CS^p} v(C)}{\max_{\pi \in \Pi(\mathcal{G})} \sum_{C' \in \pi} v(C')}$$

La dernière est la proportion de structures de coalitions explorées par le protocole, c'est-à-dire qui ont été proposées ou sélectionnées puis mises dans la liste noire durant le protocole, comparé au nombre total de structures possibles, donné par le nombre de Bell. Étant donné que chaque agent peut proposer chaque partition une seule fois, et que leur liste noire est individuelle, le treillis des structures de coalitions peut être exploré autant de fois qu'il y a d'agents.

Definition 16 (Ratio de Bell) Étant donné le nombre de partitions explorées par l'agent a_i et le nombre de Bell, respectivement notés p_e^i et B_n (avec $n = |N|$), le ratio de Bell, noté $B^\%$, est :

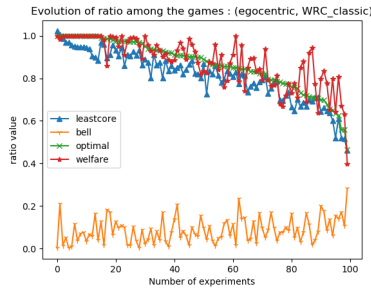
$$B^\% = \frac{\sum_{i \in N} p_e^i}{n \times B_n} \text{ avec } B_{m+1} = \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} B_k$$

4.3 Résultats

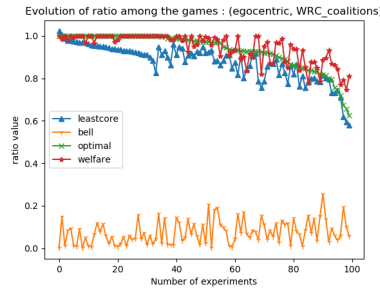
Les figures 1 et 2 montrent le ratio au dernier cœur, le ratio à l'optimal-protocole, le prix de la

stabilité et le ratio de Bell pour chaque stratégie de concession possible. La figure 1 montre les résultats pour les types de concession *faible*, *égocentrique*, *Nash*, *utilitaire* et *fort*, et la figure 2 les résultats pour les types *égalitaire* et *Pareto*. Les données sont triées sur le ratio de l'optimal-protocole du plus grand au plus petit, et les trois autres mesures suivent ce tri pour rester liées au jeu correspondant. Également, les figures sont présentées dans un ordre particulier qui permet au lecteur de constater une évolution entre les résultats en fonction des différents types de concession, de ce qui semble empiriquement le moins bon, vers le meilleur. Concernant les différentes mesures et leurs significations graphiques : plus le ratio de Bell, étiqueté *bell*, est proche de 0, moins il y a eu de partitions explorées. Pour les trois autres mesures, la meilleure valeur est 1. Pour le ratio au dernier cœur, étiqueté *least-core*, et le ratio à l'optimal-protocole, étiqueté *optimal*, cela signifie que les solutions retournées par le protocole sont respectivement présentes dans le dernier cœur du jeu, et présentes dans le dernier cœur du jeu connaissant la règle de distribution. Pour le prix de la stabilité, étiqueté *welfare*, cela signifie que les solutions retournées par le protocole maximisent le bien-être social. Si ces mesures s'éloignent de 1, cela montre une perte d'efficacité.

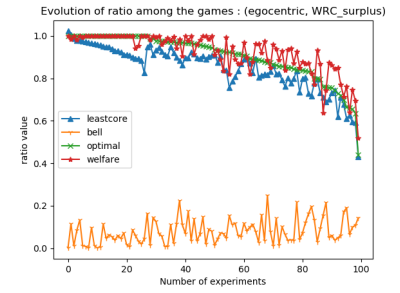
Tout d'abord, nous pouvons voir que la courbe du ratio de Bell a une forme similaire pour toutes les paires (type, stratégie). Nous pouvons estimer l'exploration moyenne sur tous les jeux à 10%, indépendamment du type et de la stratégie de concession. De plus, nous pouvons voir qu'il n'y a pas de corrélation apparente entre le fait d'explorer et une meilleure stabilité, ni l'inverse. Concernant le ratio à l'optimal-protocole, nous pouvons voir que les stratégies et les types de concession influent sur les résultats. Avec les types de concession *égocentrique*, *faible*, *utilitaire* et *Nash*, le ratio à l'optimal-protocole atteint des pertes de 40%, avec parfois des effondrements atteignant les 60% pour certaines paires de paramètres. Bien qu'elle comprenne les plus gros effondrements, la stratégie WRC-surplus comprend avec la stratégie WRC-coalitions le meilleur taux de valeurs optimales. Plus précisément, sur les trois derniers types de concession (*fort*, *égalitaire* et *Pareto*), la stratégie WRC-classic atteint des pertes maximales d'environ 30%, contre 20% pour les deux autres stratégies. Ces deux stratégies ont donc les meilleurs résultats, avec environ 60% des jeux avec un ratio à l'optimal-protocole de 1. Les deux der-



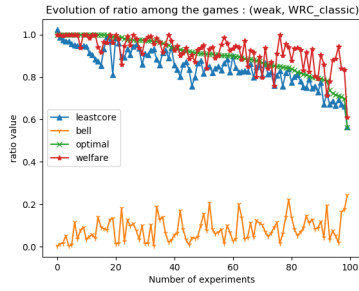
(a) Égocentrique / WRC-Classic



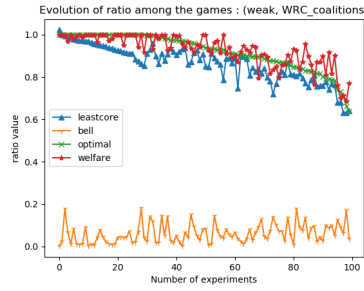
(b) Égocentrique / WRC-Coalitions



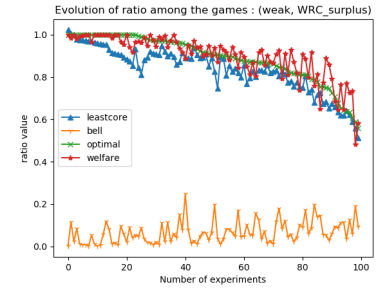
(c) Égocentrique / WRC-Surplus



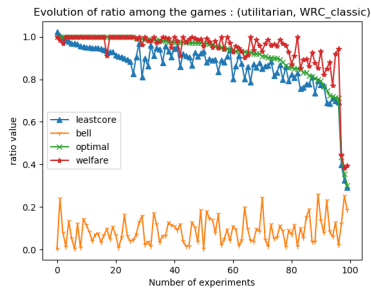
(d) Faible / WRC-Classic



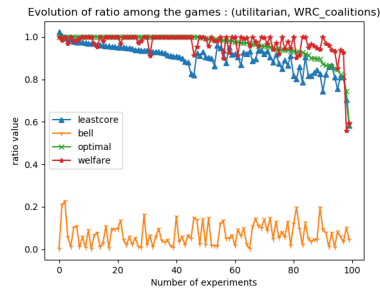
(e) Faible / WRC-Coalitions



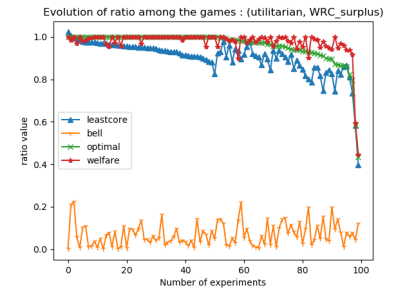
(f) Faible / WRC-Surplus



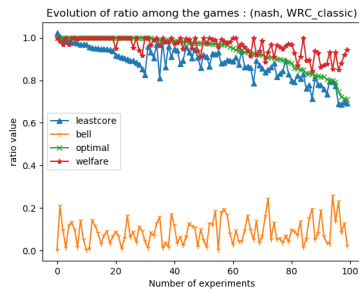
(g) Utilitaire / WRC-Classic



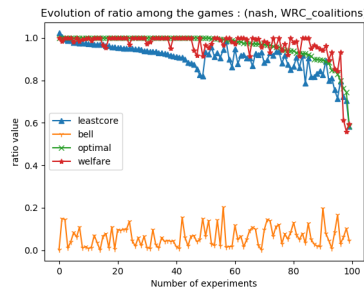
(h) Utilitaire / WRC-Coalitions



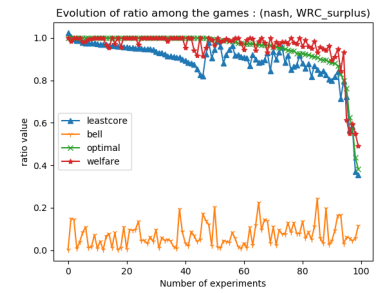
(i) Utilitaire / WRC-Surplus



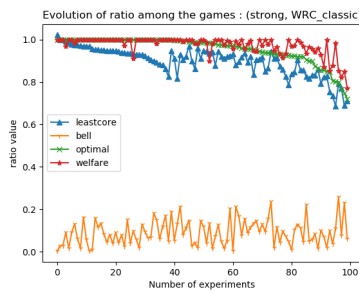
(j) Nash / WRC-Classic



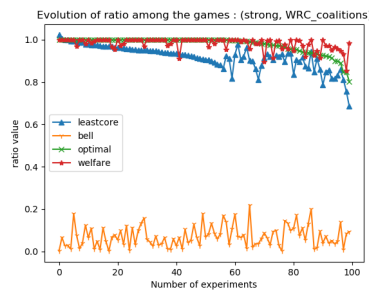
(k) Nash / WRC-Coalitions



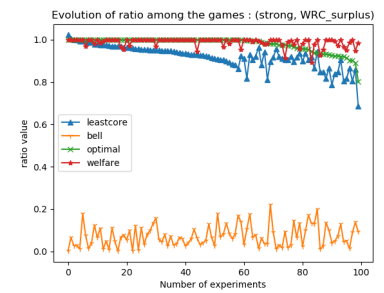
(l) Nash / WRC-Surplus



(m) Fort / WRC-Classic



(n) Fort / WRC-Coalitions



(o) Fort / WRC-Surplus

FIGURE 1 – Différents ratios pour un couple (Type / Strategy) de concession

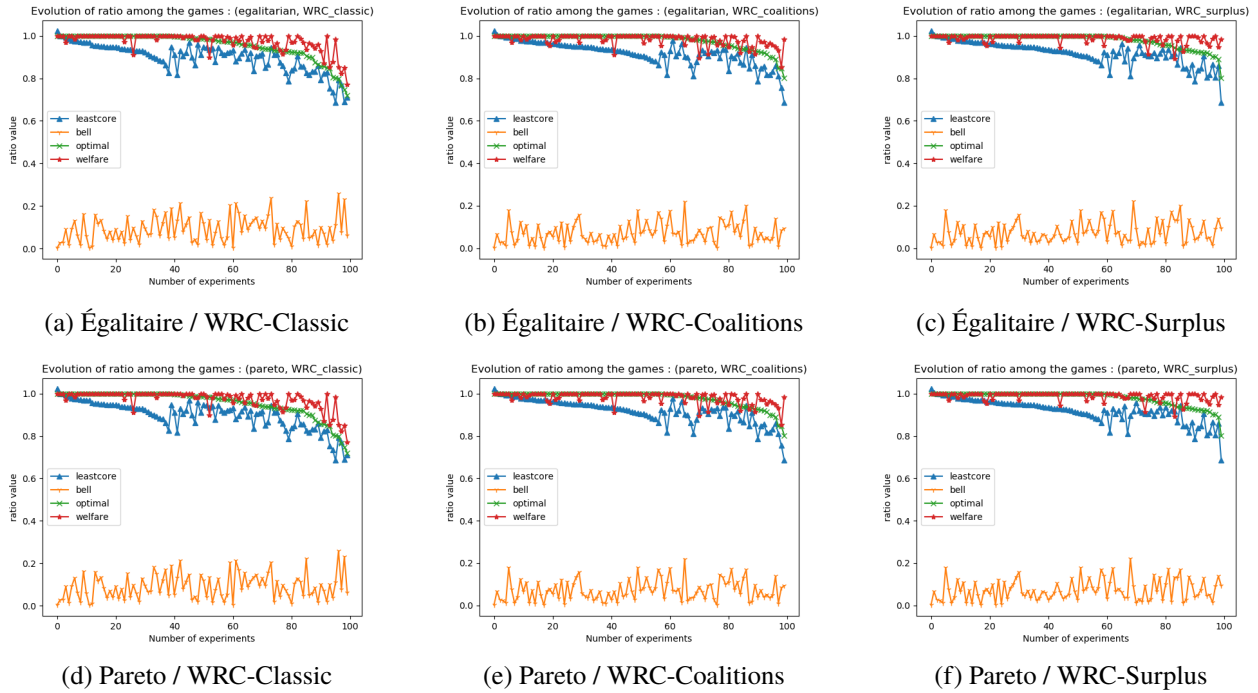


FIGURE 2 – Différents ratios pour un couple (Type / Strategy) de concession

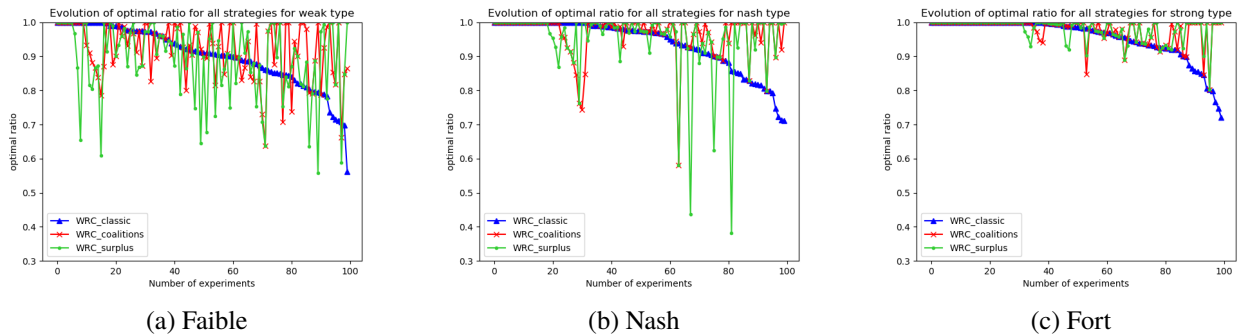


FIGURE 3 – Exemples de différences entre stratégies

nières mesures, le ratio au dernier cœur et le prix de la stabilité, se comportent de la même manière, à savoir qu'elles comportent des pics d'effondrement sur les mêmes jeux. Pour les types *faible* et *égocentrique*, nous pouvons voir de grandes pertes d'efficacité (régulièrement au dessus de 30%), et ce pour toutes les stratégies. En s'intéressant aux différences entre les stratégies sur ces types, nous pouvons voir que les pertes sont plus limitées avec WRC-coalitions. Les valeurs entre WRC-classic et WRC-surplus sont proches, bien que cette dernière semble décroître un peu moins. Pour les types *Nash* et *utilitaire*, les pertes sont moins grandes. Elles sont de l'ordre de 20%, bien qu'il y ait des effondrements autour de 60%, comme avec le ratio à l'optimal-protocole. Pour le type *Nash*, les pertes de bien-

être social sont réduites avec WRC-classic, mais WRC-coalitions est légèrement meilleure pour le ratio au dernier cœur. Pour le type *utilitaire*, ce sont WRC-coalitions et WRC-surplus qui minimisent les pertes sur les mesures. Enfin, pour les trois derniers types (*fort*, *égalitaire* et *Pareto*), elles semblent toutes similaires. Il y a en réalité des différences mineures sur le nombre de partitions explorées et le nombre de concessions effectuées, mais les résultats du protocole sont identiques. Ce phénomène vient, à notre avis, de la règle de distribution choisie, qui doit contraindre davantage ces types de concession et les rapproche donc sémantiquement. Toutefois, il doit être noté que ces trois types sont empiriquement meilleurs que les autres, et ce notamment avec les stratégies WRC-coalitions

et WRC-surplus, où les pertes sur le ratio au dernier cœur atteignent moins souvent 20%, et où le prix de la stabilité excède très rarement 10% tout en étant souvent à 0%, c'est-à-dire optimal.

La figure 3 compare le ratio à l'optimal-protocole des trois stratégies sur trois différents types de concession : *faible*, *Nash* et *fort*. Nous choisissons de montrer seulement ces trois types car comme montré sur les figures précédentes, la tendance des courbes est semblable pour certains types : *faible* et *égocentrique*, *Nash* et *utilitaire*, *égalitaire*, *fort* et *Pareto*. Les données affichées sont triées de la plus grande à la plus petite valeur de ratio à l'optimal-protocole avec la stratégie WRC-classic, et les valeurs pour les autres stratégies suivent ce tri en restant liées au jeu correspondant. La figure 3.a montre des valeurs qui varient beaucoup, mais celles-ci décroissent moins et moins souvent pour WRC-coalitions. WRC-surplus semble être la moins bonne stratégie de ce cas. Concernant le type *Nash*, WRC-surplus semble également la pire stratégie, avec des pertes atteignant 60%. Comme précédemment, WRC-coalitions semble être la meilleure. Pour le type *fort*, les valeurs s'effondrent beaucoup moins, avec une perte maximale de 30% environ. Ici, WRC-coalitions et WRC-surplus semblent proches, et presque toujours plus efficaces que WRC-classic.

Pour résumer, trois types de concession minimisent les pertes plus que les autres : *fort*, *égalitaire* et *Pareto*. Pour les stratégies, WRC-coalitions semble être celle avec les meilleurs résultats, suivie de près par WRC-surplus (qui manque cependant d'efficacité sur certains types de concession). Ces résultats sont cohérents : une perte d'optimalité due à la distribution et des stratégies adaptées plus efficaces.

5 Conclusion

Nous avons proposé un protocole distribué pour la formation de coalitions, fondé sur un protocole de négociations monotones, pour lequel nous avons proposé de nouvelles stratégies de concession. Nous avons montré que nos stratégies, et notamment WRC-coalitions, sont plus performantes que la stratégie originelle lorsqu'elles sont associées à certains types de concession qui minimisent les pertes (types *fort*, *égalitaire* et *Pareto*). Cependant, notre approche distribuée nécessite l'exploration d'un grand nombre de structures de coalitions par chaque agent. Il serait donc intéressant de décentraliser totalement le protocole, et d'analyser les pertes d'efficacité

dues à cette décentralisation. À cette fin, il nous semble important que la propriété de confidentialité soit respectée.

Références

- [1] E. Anshelevich, A. Dasgupta, J. Kleinberg, É. Tardos, T. Wexler, and T. Roughgarden. The price of stability for network design with fair cost allocation. *SIAM Journal on Computing*, 38(4) :1602–1623, 2008.
- [2] E. T. Bell. The iterated exponential integrals. *Annals of Mathematics*, pages 539–557, 1938.
- [3] F. Bistaffa, A. Farinelli, J. Cerquides, J. Rodríguez-Aguilar, and S. D. Ramchurn. Algorithms for graph-constrained coalition formation in the real world. *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology*, 8(4) :1–24, 2017.
- [4] G. Chalkiadakis, E. Elkind, and M. Wooldridge. Computational aspects of cooperative game theory. *Synthesis Lectures on Artificial Intelligence and Machine Learning*, 5(6) :1–168, 2011.
- [5] U. Endriss. Monotonic concession protocols for multilateral negotiation. In *5th International Joint Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems*, pages 392–399, 2006.
- [6] L. Khalouzadeh, N. Nematbakhsh, and K. Zamani-far. A decentralized coalition formation algorithm among homogeneous agents. *Journal of Theoretical & Applied Information Technology*, 22(1), 2010.
- [7] R. Mochaourab and E. A. Jorswieck. Coalitional games in multi interference channels : Epsilon-core and coalition structure stable set. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 62(24) :6507–6520, 2014.
- [8] T. Rahwan and N. R. Jennings. An improved dynamic programming algorithm for coalition structure generation. In *7th International Joint Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems*, pages 1417–1420, 2008.
- [9] T. Rahwan, T. Michalak, M. Wooldridge, and N. R. Jennings. Coalition structure generation : A survey. *Artificial Intelligence*, 229 :139–174, 2015.
- [10] T. Rahwan, S. D. Ramchurn, N. R. Jennings, and A. Giovannucci. An anytime algorithm for optimal coalition structure generation. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 34 :521–567, 2009.
- [11] G. Rota. The number of partitions of a set. *The American Mathematical Monthly*, 71 :498–504, 1964.
- [12] L. S. Shapley and M. Shubik. Quasi-cores in a monetary economy with nonconvex preferences. *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, pages 805–827, 1966.
- [13] O. Shehory and S. Kraus. Methods for task allocation via agent coalition formation. *Artificial intelligence*, 101(1-2) :165–200, 1998.
- [14] M. Sims, C. V. Goldman, and V. Lesser. Self-organization through bottom-up coalition formation. In *2nd International Joint Conference on Autonomous Agents and MultiAgent Systems*, pages 867–874, 2003.
- [15] P. Tošić and C. Ordonez. Distributed protocols for multi-agent coalition formation : a negotiation perspective. In *8th International Conference on Active Media Technology*, pages 93–102, 2012.